

Ленчук І.Г.,

кандидат технічних наук,
доктор педагогічних наук,
професор
(Житомирський державний
університет імені Івана
Франка)

Працьовитий М.В.,

доктор фізико-математичних
наук, професор
(Національний педагогічний
університет імені М. П.
Драгоманова)

ПРОЕКЦІЮВАННЯ І ПОЗИЦІЙНА ВИЗНАЧЕНІСТЬ ЗОБРАЖЕНЬ

Уявимо точку A' , пряму p' і площину Σ' загально розташованими відносно деякої площини проєкцій Π . Спроєкціюємо A' , p' і Σ' на площину Π за напрямом $a \nparallel \Pi$. У результаті одержимо їх паралельні проєкції A , p і Σ .

Тепер абстрагуємося в думці від оригіналу, тобто нехай у пам'яті є лише площина проєкцій Π із зображеннями точки, прямої і площини. Чи можна за ними установити взаємне розташування у просторі даних геометричних об'єктів? На запитання «Як взаємно розміщені точка і площина, пряма і площина?» або «Як побудувати точку перетину прямої і площини?», дати однозначні відповіді неможливо, оскільки такі зображення об'єктивно не вміщують у собі відповідної зворотної інформації, тобто *вони є позиційно невизначеними*.

Подолоємо невизначеність таким прийомом. Побудуємо спочатку паралельні проєкції точки A' і прямої p' ($B'C'$) на площині Σ' ($K'L'M'$) за деяким напрямом a' , не паралельним Σ' , потім спроєкціюємо одержану просторову модель на площину зображень Π за напрямом a , виконавши не одне, а **два** упорядковані проєкціювання. Матимемо (рис. 1, а) графічну ситуацію, де A' , p' і Σ' уже не будуть окремо взятими об'єктами, а такими, що жорстко пов'язані певною стереометричною фігурою, тут – зрізаною призмою. Нижня основа призми – трикутник $A_1'B_1'C_1$ – належить площині Σ' , її верхня основа – трикутник $A'B'C'$, а бічні ребра $A'A_1$, $B'B_1$ і $C'C_1$ є проєкціювальними прямими для точок A' , B' і C' на Σ' за напрямом a' .

Зв'язок між точкою, прямою і площиною можна установити

не лише через паралельне проєкціювання за напрямом a' , а й центральним проєкціюванням із центром проєкцій S' (рис. 1, б). Тут фігурою, що «пов'язує», є піраміда $S'A_1B_1C_1$.

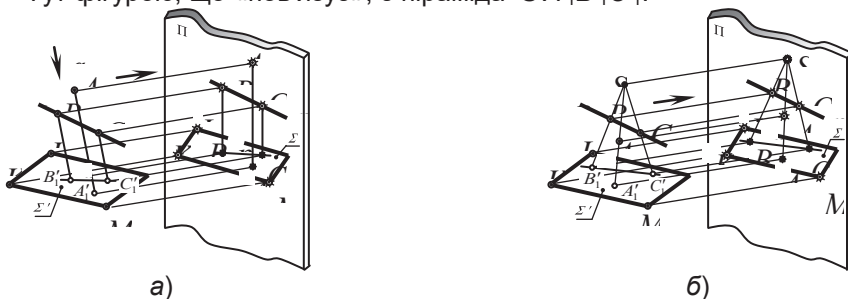


Рис. 1

Тепер на площині Π матимемо зображення, де кожна вершина багатогранника однозначно визначається не тільки зображенням точок ($A' \rightarrow A$, $B' \rightarrow B$, $C' \rightarrow C$), а й їх проєкцій на площину Σ' ($A_1' \rightarrow A_1$, $B_1' \rightarrow B_1$, $C_1' \rightarrow C_1$). Одержуємо: зображення точки A' , прямої p' і площини Σ' та їх проєкцій на Σ' ($\Sigma_1' \equiv \Sigma'$) разом із апаратом первісного проєкціювання. Такі уявлювані дії максимально збільшують позиційну поінформованість про даний комплекс найпростіших фігур.

Отже, точка на площині проєкцій Π однозначно визначається своїм власним зображенням і зображенням своєї ж проєкції на деяку площину Σ' .

Тут точку A_1 називають **вторинною проєкцією точки A'** , адже A' проєкціюють визначеним методом на площину Σ' у точку A_1' , а потім – у точку A .

Перше у динаміці дій проєкціювання на площину Σ' називають **внутрішнім**. Це проєкціювання або паралельне (циліндричне), або центральне (конічне). Інше, що є другим в упорядкованій парі, називають **зовнішнім**, яке традиційно в евклідовій геометрії завжди паралельне. Площину Σ на площині зображень називають **основною площиною**, адже вона є проєкцією площини основи Σ' пов'язуючої стереометричної фігури, а точки A_1 , B_1 , C_1 – **основами точок A , B , C** відповідно. Відрізки AA_1 , BB_1 і CC_1 , які називають «**шпичками**», є зображенням на картинній площині Π променів внутрішнього проєкціювання $A'A_1'$, $B'B_1'$, $C'C_1'$.

Перетворення **внутрішнього проєкціювання** має вельми помітне застосування в пошуку конструктивного шляху розв'язання стереометричних задач.