

**II Міжнародна науково-практична інтернет-конференція  
(25-26 квітня 2018 р., м. Бердянськ)  
МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ БІФУРКАЦІЙНОГО ВИПИНАННЯ  
НАДДОВГИХ СТРИЖНІВ**

Горбунович І.В., канд. тех. н., доцент  
Національний транспортний університет, Київ, Україна

Освоювання підземних енергетичних ресурсів нафти й газу, інтенсифікація їх видобутку з великих глибин і забезпечення високого рівня їх добування за допомогою сучасних бурильних геотехнологій найближчим часом будуть постійно зростати. Світова наука за допомогою надглибокого буріння планує дослідження мантиї Землі та розроблення нових методів прогнозування землетрусів. Тому проблема математичного моделювання механічної поведінки обертового наддовгого стрижня є досить актуальною.

Розглядається вертикальний обертовий наддовгий трубчастий пружний стрижень з внутрішнім потоком рідини. Досліджуються його біфуркаційні випинання, що викликаються дією на нього крутного моменту  $M_T$ , поздовжньої сили  $T(2)$ , сил інерції від обертання стрижня і руху внутрішнього потоку рідини.

Динамічна рівновага стрижня в зв'язаній з ним обертовій системі координат  $Oxy$  описується рівняннями [1-3]

$$CI^2 M_y \quad c^2 M_x \quad \dots$$

Для згинних моментів  $M_x, M_y$  використовуються формули

$$M_x = EI \frac{d^2 u}{dz^2} - T_y \frac{du}{dz}, \quad \frac{d^2 u}{dz^2} = \frac{r \cdot c^2 M}{EI} - T_y' + M', \quad \frac{d^2 u}{dz^2} \quad (2)$$

в яких  $u, v$  - пружні переміщення елемента стрижня вздовж осей

$Ox, Oy$  відповідно;  $z$  - поздовжня координата;  $EI$  - згинна жорсткість стрижня. Вектор  $I = (I_x, I_y)$  поперечного розподіленого навантаження визначається рівністю

$$c / - p i' a, \quad (3)$$

де  $p$  - щільність матеріалу стрижня,  $E$  - площа його поперечного перерізу. Абсолютне пришвидження  $a$  знаходиться за формулою Коріоліса. Складові вектора  $I$  визначаються силами інерції обертового руху й внутрішнього потоку рідини.

На основі співвідношень (1)-(3) побудовано систему квазістатичних диференціальних рівнянь біфуркаційного випинання стрижня, яка належить до сингулярно збуреного типу [2,3]. Розглядається початковий етап біфуркаційного випинання стрижня. Для його аналізу сформульовано відповідні крайові задачі Штурма-Ліувілля. Розроблено методику побудови біфуркаційних розв'язків цих задач, яка заснована на застосуванні методу початкових параметрів, методу зрощування й методу ортогоналізації частинних розв'язків за С.К. Годуновим. Розв'язано крайові задачі згинних біфуркацій стрижнів за різних значень характерних параметрів [2,3].

Для обґрунтування достовірності отриманих результатів запропоновано альтернативну методику дослідження біфуркаційних станів стрижня. За допомогою диференціальних перетворень Тейлора квазістатичні диференціальні рівняння зводяться до рекурентних рівнянь, аналіз яких дає можливість

## Наука III тисячоліття: пошуки, проблеми, перспективи розвитку

обчислити біфуркаційні сполучення значень характерних параметрів стрижня.

Отримані за двома методиками результати обчислень збігаються з великою точністю.

Результати досліджень можуть бути використані у разі моделювання біфуркаційних станів бурильних колон з метою виключення позаштатних режимів їх функціонування.

### Література

1. Гуляев В.І. Вільні коливання бурильних колон, що обертаються / В.І. Гуляев, П.З. Луговой, І.В. Горбунович // Доповіді Національної академії наук України. - 2007. - №3. - С. 64-70.
2. Гуляев В.І. Анализ влияния длины вращающейся бурильной колонны на устойчивость ее квазистатического равновесия / В.І. Гуляев, П.З. Луговой, В.В. Гайдаичук, И.Л. Соловьев, И.В. Горбунович // Прикладная механика. - 2007. - Т. 3, №9. - С. 83 - 92.
3. Гуляев В.І. Квазистатические критические состояния колонн глубокого бурения / В.І. Гуляев, В.В. Гайдаичук, И.Л. Соловьев, И.В. Горбунович // Проблемы прочности. - 2006. - № 5. - С. 109 - 119.

## ВИКОРИСТАННЯ УЗАГАЛЬНЕНОЇ ФУНКЦІЇ ХАРРІНГТОНА В НЕЧІТКІЙ КЛАСТЕРИЗАЦІЇ

Кондрук Н.Е., канд. тех. н., доцент  
ДВНЗ «Ужгородський національний університет», Ужгород, Україна

Методика кластерного аналізу базується на поняттях подібності об'єктів за їх ознаками. Дослідження [1, 3] показали, що для визначення мір подібності між об'єктами зручно використовувати апарат нечітких бінарних відношень. Подібність об'єктів може визначатись багатьма критеріями в залежності від цілей кластеризації [2, 3] та виражатись різними функціями належності. Зокрема, доцільним є використання узагальненої функції Харрінгтона виду:  $d(x) = \exp(-\exp(-x))$  [4]. Функція  $d: R^2 \wedge (0,1)$  є неперервною, монотонною та гладкою.

Для точнішого визначення числових величин порогів для функцій належності типу Харрінгтона пропонується орієнтуватись на психофізичну шкалу бажаності Харрінгтона. При цьому можна вважати, що значення порогів кластеризації забезпечують: з інтервалу  $[0,8; 1]$  - високу ступінь подібності об'єктів; з інтервалу  $[0,63; 0,8]$  - середню; з інтервалу  $[0,37; 0,63]$  - слабку ступінь подібності.

Слід зауважити, що дана шкала є лише наближеною і потребує уточнення для кожної конкретної задачі.

### Література

1. Кондрук Н. Е. Алгоритм кластеризації критеріального простору для задач вибору / Н.Е. Кондрук, М.М. Маляр // Вісник Київського університету. Серія: фіз.-мат. наук, Вип. - Т. 3. - 2006. - Вип. 3. - С. 225-229.
2. Кондрук, Н. Е. Деякі методи автоматичного групування об'єктів