

- 13 Zadeh, L. Fuzzy Sets / Information and Control, 8(3), June 1965, pp.338-353.
14. Коваленко И. И. Сравнительный анализ методов моделирования некоторых НЕ-факторов / И. И. Коваленко, А. В. Швед, А. В. Мельник, Е. С. Пугаченко // Вісник Черкаського державного технологічного університету. - 2015. - № 1. - С. 43-50.
15. Моделирование не-факторов - основа интеллектуализации компьютерных технологий / Ю.Р. Валькман, В.С. Быков, А.Ю. Рыхальский // Систем. дослідж. та інформ. технології. — 2007. — № 1. — С. 39-61. — Бібліогр.: 38 назв. — рос.
- 16 Степашко В.С. Элементы теории индуктивного моделирования. Стан та перспективи розвитку інформатики в Україні / Кол. авт. – К.: Наук. думка, 2010. – С. 481–496.
- 17 Ивахненко А.Г., Юрачковский Ю.П. Моделирование сложных систем по экспериментальным данным. – М.: Радио и связь, 1987. – 120 с.
18. Применение ДСМ-метода порождения гипотез для прогноза противоопухолевой активности и токсичности соединений, принадлежащих к различным классам химических соединений / Е. С. Панкратова, В. Г. Ивашко, В. Г. Блинова, Д. В. Попов // Экспертные системы: состояние и перспективы / Под ред. Д.А. Поспелова. М.: Наука, 1989.
- 19 Заде Л.А. Роль мягких вычислений и нечеткой логики в понимании, конструировании и развитии информационных/интеллектуальных систем // Новости искусственного интеллекта. — 2001. — № 2. — С. 4–10.
20. W. Frawley and G. Piatetsky-Shapiro and C. Matheus "Knowledge Discovery in Databases: An Overview" // AI Magazine – La Canada, CA: American Association for Artificial Intelligence, 1992. (ISSN: 0738-4602) – Fall 1992.

1.9. Нахождение оптимального портфеля при помощи функции полезности.

Введение. Для принятия оптимальных решений в условиях неопределенности, с учетом риска и доходности, можно использовать элементы теории полезности. Полезность отражает степень удовлетворения субъекта определенным товаром. Используя разные виды функции полезности, можно найти оценки различных экономических ситуаций через нахождение ожидаемого значения функции.

Дж.Нейманом и О.Моргенштерном [1] было показано, что лицо принимающее решение будет стремиться к максимизации ожидаемой полезности. Таким образом, полезность - это некоторое число, которое соответствует некоторому возможному исходу, а функция полезности

Неймана-Моргенштерна показывает полезность этого исхода. У каждого лица принимающего решение своя функция полезности, которая показывает его предпочтение к тем или иным исходам в зависимости от его отношения к риску. Существует понятие ожидаемой полезности события. Она равна сумме произведений вероятностей исходов на значение полезностей этих исходов.

По отношению к риску в экономике выделяют три типа людей: сторонники риска, противники риска и нейтральные к риску [2]. Нейтральным к риску считается человек, который при данном ожидаемом результате безразличен к другим рискованным альтернативам. Склонным к риску считается человек, который при данном ожидаемом результате предпочитает связанную с риском альтернативу. Противником риска считается человек, который при данном ожидаемом результате предпочитает безрисковую альтернативу рискованной. У противников риска низкая предельная полезность дохода. В экономике считается правилом, что большинство людей относятся к противникам риска.

Функции полезности Неймана - Моргенштерна для этих типов людей имеет следующий вид: строго выпукла, у которой каждая дуга кривой лежит ниже своей хорды (сторонники риска); строго вогнута (противники риска); прямая линия (безразличные к риску).

Поведение большинства фирм при принятии финансовых решений можно условно разделить на два класса: активная деятельность с принятием риска на себя и пассивная деятельность с элементами риска. Степень принимаемого риска зависит не только от объективных экономических условий существования фирмы, но и от субъективного восприятия лица, принимающего решение.

Функция полезности должна быть построена с учетом всех объективных и субъективных условий, которые влияют на предпочтения потребителя. Каждому отношению предпочтения соответствует своя функция полезности.

Рассмотрим некоторые теоремы и определения, необходимые при построении функции полезности.

Определение 1. Пусть в R_+^n определено отношение предпочтения $\succeq$. Любая функция $u : R_+^n \rightarrow R^1$ такая, что $u(x) \geq u(y)$ тогда и только тогда, когда $x \succeq y$, называется функцией полезности, соответствующей этому отношению предпочтения.

Если интересы потребителя ограничиваются множеством $X \subset R_+^n$, то функция полезности определяется на этом множестве, $u : X \rightarrow R^1$.

В терминах функции полезности отношение безразличия $x \sim y$ задается равенством. $u(x) = u(y)$

Теорема 1. Для любого отношения предпочтения, определенного и непрерывного в R_+^n можно построить представляющую его непрерывную функцию полезности $u : R_+^n \rightarrow R^1$.

Оказывается, что для любого непрерывного отношения предпочтения можно построить целое семейство функций полезности.

Теорема 2. Пусть $u : R_+^n \rightarrow R^1$ - функция полезности, представляющая отношение предпочтения $\succeq$. Для любой строго возрастающей функции $f : R^1 \rightarrow R^1$ сложная функция (суперпозиция) $u(x) = f(u(x))$ является функцией полезности, так же представляющей это отношение предпочтения $\succeq$.

Преимуществом функции полезности относительно других функций характеризующих благосостояние (например, отношения предпочтения) состоит в том, что для анализа потребительского выбора можно использовать аппарат дифференцирования. Пусть функция полезности дифференцируема

$$\frac{\partial u}{\partial x_i} > 0, i = \overline{1, n} \quad (1)$$

Частная производная (1) называется предельной полезностью товара вида i и определяет полезность, получаемую от "дополнительной" доли товара вида i .

Неравенство (1) можно интерпретировать так: для любого набора товаров $x \in R_+^n$ возрастание потребления товара вида i при постоянном уровне потребления других товаров приводит к увеличению полезности. Таким образом, (1) - это условие ненасыщаемости, для дифференцируемой функции полезности.

Предположим теперь, что функция u дважды дифференцируема и имеет непрерывные вторые частные производные. Для такой функции свойство строгой вогнутости

выполнено, если матрица Гессе H отрицательно определена.

$$H = \begin{Bmatrix} \frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 u}{\partial x_1 \partial x_2} & \dots & \frac{\partial^2 u}{\partial x_1 \partial x_n} \\ \frac{\partial^2 u}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial^2 u}{\partial x_2^2} & \dots & \frac{\partial^2 u}{\partial x_2 \partial x_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial^2 u}{\partial x_n \partial x_1} & \frac{\partial^2 u}{\partial x_n \partial x_2} & \dots & \frac{\partial^2 u}{\partial x_n^2} \end{Bmatrix}$$

Тогда, в частности, выполнены условия:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x_i^2} < 0, \quad (i = \overline{1, n}) \quad (2)$$

Неравенство (2) говорит о том, что предельная полезность $\frac{\partial u}{\partial x_i}$ товара уменьшается по мере того, как продукт потребляется. Неравенство (1) и (2) отражают хорошо известный в экономической теории закон об убывающей предельной полезности (закон Госсена).

С понятием функции полезности, неразрывно связано понятие кривых безразличия или линий уровня.

Определение 2. Кривой безразличия для данного набора товаров $x \in R_+^n$ называется геометрическое место точек $y \in R_+^n$, которые находятся в отношении безразличия с этим набором x , то есть множество $\{y \in R_+^n \mid u(y) = u(x)\}$.

Так как для всех точек из этого множества полезность одна и та же, то кривые безразличия задаются уравнениями $u(x) = c$, где $c = \text{const}$. Таким образом, кривая безразличия математически представляется как линия уровня функции полезности. Поэтому для любой функции полезности существует бесконечное множество кривых безразличия и они заполняют все пространство R_+^n , образуя так называемую карту безразличия.

Приведем примеры некоторых, наиболее часто применяемых функций полезности. Эти функции, как показала практика, при определенных условиях достаточно объективно отражают предпочтение потребительского выбора.

1. Функция полезности с полным взаимозамещением благ:

$$u(x) = \sum_{i=1}^n b_i x_i$$

где коэффициент b_i является числовой оценкой полезности от потребления единицы товара вида i .

2. Функция полезности с полным взаимодополнением благ:

$$u(x) = \min \left\{ \frac{x_i}{b_i}, i = \overline{1, n} \right\}$$

где b_i - количество товара вида i , приходящееся на единицу полезности.

3. Неоклассическая функция полезности (функция Кобба-Дугласа):

$$u(x) = a \prod_{i=1}^n x_i^{b_i}, \sum_{i=1}^n b_i = 1$$

где a - фактор шкалы измерения полезности, $0 < b_i < 1$.

4. Функция полезности замещающе-дополняющего типа:

$$u(x) = \sum_{i=1}^n v_i(x)$$

где функции v_i находятся из системы неравенств

$$x_i \geq \sum_{j=1}^n b_j v_j(x), i = \overline{1, n}$$

5. Логарифмическая функция полезности (функция Бернулли):

$$u(x) = \sum_{i=1}^n a_i \log(x_i - b_i)$$

Где $a_i > 0, x_i > b_i \geq 0$.

В 1960 г. Грейсон [3] опубликовал результаты исследования по восстановлению функций полезностей предпринимателей. Было показано, что во многих случаях предпочтения инвесторов хорошо описываются логарифмической функцией полезности.

6. Экспоненциальная функция полезности:

$$u(x) = \frac{1}{a} \exp(-w(x))$$

где $a > 0, w(x) = \sum_{i=1}^n a_i x_i$.

При построении различных математических моделей нельзя гарантировать пригодность известных функций для каждого конкретного случая. При моделировании задачи потребителя требуется не выбрать, а построить для данной конкретной задачи свою функцию полезности. Наиболее общими для построения функций полезности являются методы регрессионного анализа, которые применимы при наличии подходящего статистического материала. Для выбранного вида функции полезности на основе этих данных оцениваются ее коэффициенты (параметры). Сложность метода зависит от класса функций (линейных, квадратичных, степенных и др.), в котором ищется функция полезности.

Постановка проблемы. Рассмотрим нахождение и применение функции полезности по отношению к портфелю ценных бумаг. В данной работе не рассматривается вопрос, связанный с видом и типом ценных бумаг, входящих в портфель. Предполагается, что портфель уже создан, необходимо найти оптимальное распределение его составляющих и построить функцию полезности.

При формировании портфеля необходимо учитывать экономическую эффективность финансового инструмента с учетом финансовой безопасности инвестиционных вложений. Инвестиционный портфель - это набор ценных бумаг, приобретенных для получения доходов и обеспечения ликвидности [4]. Управление портфелем состоит в поддержке равновесия между ликвидностью и прибыльностью. Тип портфеля – это его инвестиционная характеристика, базирующаяся на соотношении доходности и риска.

В финансовом мире существуют множество технологий оценки рисков. Среди них можно выделить следующие: *Value-at-Risk (VaR)*, бета анализ теории CAPM, APT, Short Fall, Capital-at-Risk, Maximum Loss и ряд других классических методов.

В качестве меры риска будем использовать показатель *VaR* [5]. Сутью этого показателя является то, что он дает однозначный ответ на вопрос, возникающий при проведении финансовых операций: какой максимальный убыток рискует понести инвестор за определенный период времени с заданной вероятностью? Так, стандартом для брокерско-дилерских отчетов по операциям с внебиржевыми

производственными инструментами, передаваемым в Комиссию по биржам и ценным бумагам США, являются двухнедельный период и 99% - вероятность. The Bank of International Settlements для оценки достаточности банковского капитала установил вероятность на уровне 99% и период, равный 10 дням. JP Morgan публикует свои дневные значения VaR при 95% доверительном уровне.

При формировании портфеля финансовых инструментов перед субъектами инвестирования возникают вопросы, связанные с эффективным вложением финансовых средств. Ликвидные ценные бумаги, входящие в инвестиционный портфель, обеспечивают дополнительный источник доходов, который особенно важен для руководства и акционеров банка. Вложение в ценные бумаги уменьшают налоговые сборы банка, путем инвестиций в бумаги, освобожденные от налогообложения. Дополнительным источником ликвидности является инвестиции банков в ценные бумаги. При покупке высоколиквидных ценных бумаг, частично компенсируются высокие риски кредитного портфеля.

Преимуществом портфельного инвестирования является возможность выбора типа портфеля. Тип портфеля - это его инвестиционная характеристика, которая базируется на соотношении дохода и риска. Важной особенностью для формирования портфеля, является то, за счет какого источника данный доход будет получен. В данной работе предполагается, что источником дохода является только значение курсовой стоимости ценной бумаги, входящей в инвестиционный портфель. При формировании оптимального портфеля и при нахождении функции полезности дополнительные доходы в виде дивидендов, процентов и др. не рассматриваются.

Процесс управления инвестициями можно условно разбить на пять этапов:

- формулировка инвестиционных целей;
- формирование инвестиционной политики финансового института для достижения выбранных целей;
- выбор портфельной стратегии (активной или пассивной);
- выбор активов для включения в портфель и их оптимизация;
- управление портфелем и оценка эффективности инвестиций.

Г.Марковиц [6] разработал математическую модель, показывающую как инвесторы максимально могут снизить риск портфеля при заданной ставке доходности. Используя эти идеи, составим портфель ценных бумаг (акций). В качестве меры риска будем использовать показатель VaR , а под доходностью будем понимать курсовую доходность акций.

Рассмотрим постановку нескольких задач. Пусть имеется некоторый капитал, при помощи которого можно создать инвестиционный портфель из n – видов акций, вес которых зависит от

распределения исходного капитала x_i ($i = \overline{1, n}$). Оптимальное распределение зависит от типа оптимизационных задач. Рассмотрим некоторые из них.

А. Портфель максимальной эффективности.

Найти доли распределения исходного капитала x_i максимизирующие ожидаемую эффективность портфеля E_p , с учетом эффективности отдельных его компонентов E_i , при условии, что обеспечивается заданное значение риска портфеля VaR^* и выполняется балансовое условие.

$$E_p = \sum_{i=1}^n x_i E_i \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} \sqrt{PVaR^T \Omega PVaR} = VaR^* \\ \sum_{i=1}^n x_i = 1; x_i \geq 0 \end{cases} \quad (3)$$

где $PVaR$ – вектор-столбец индивидуальных рисков позиций;

Ω - корреляционная матрица.

В. Максимально полезный портфель.

Найти доли распределения исходного капитала x_i минимизирующие риск портфеля, с учетом обеспечения заданного уровня эффективности портфеля и выполнения балансового условия.

$$\sqrt{PVaR^T \Omega PVaR} \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n x_i E_i = E^* \\ \sum_{i=1}^n x_i = 1; x_i \geq 0 \end{cases} \quad (4)$$

Решая задачу (4) для различных значений E^* получим множество эффективных портфелей. Инвестор всегда выбирает портфель, лежащий на эффективной границе. Этот выбор осуществляется посредством анализа соотношения риска и доходности.

Таким образом, получаем множество наилучших портфелей или эффективное множество. Выбор портфеля из эффективного множества зависит от отношения инвестора к риску. Предпочтения инвестора относительно дохода и риска можно представить в виде функции полезности. Функцию полезности не расположенных к риску людей можно представить, например, функцией, предложенной М. Рубинштейном [7]:

$$U = \psi E - \sigma^2 \quad (5)$$

где ψ - коэффициент, характеризующий индивидуальные предпочтения инвестора относительно доходности и риска; E - доходность; σ^2 - показатель риска.

Для того, чтобы выбрать из эффективного множества наиболее подходящий портфель, инвестор должен изобразить свои кривые безразличия, построенные на основании функции полезности, на одном графике с кривой эффективного множества. Наилучший портфель, будет соответствовать точке, в которой кривая безразличия касается кривой эффективного множества, при этом функция полезности достигает своего максимума (рис.1).

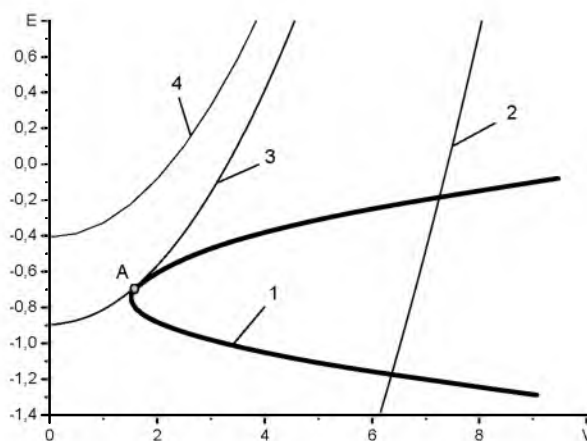


Рис. 1. Оптимальная кривая и кривые безразличия

Выводы. Результаты данной работы позволяют инвесторам получать оптимальные стратегии на биржевом рынке при минимизации риска. Построенная зависимость доходность-риск, позволяет получить реальное оптимальное соотношение между этими показателями. Построенные линии уровня, на основе найденной функции полезности, позволяет определить оптимальное распределение средств между эмитентами, при котором достигается минимизация риска и максимизация функции полезности.

Список литературы:

1. Нейман фон Дж., Моргенштерн О. Теория игр и экономическое поведение. -М.: Наука,1970.-770с.
2. Шапкин А.С., Шапкин В.А. Риск-менеджмент: теория риска и моделирование рискованных ситуаций, М.:Дашков и К, 2005.-880с.
3. Grayson C..J. Decisions under uncertainty: Drilling decisions by oil and gas operators. Division of Research, Harvard Business School, Boston,Mass.,1960.
4. Энциклопедия финансового риск-менеджмента /Под ред. А.А.Лобанова и А.В.Чугунова .-М.: Альпина Паблишер,2003.-768с.
5. Good D.B. Value-at-risk tradeoff: Accuracy vs. computational time // Commodities Now.2000.March.V.4.No.I.P.63-68.
6. Markovitz H. Portfolio selection // Journal of Finance.1952, No.7.P.77-91.

7. Rubinstein M.E. A comparative statics analysis of risk premiums // Journal of Business, 1973. Vol. 46. P. 605-615.

1.10. Імітаційне моделювання логістичної системи малого підприємства

Постановка проблеми. Важливим напрямком у теоретичному дослідженні поточної діяльності і стратегічних перспектив малих підприємств є розробка динамічних моделей їхнього функціонування в сучасних соціально-економічних умовах. Ця розробка на нашу думку має спиратись на імітаційні моделі, які максимально повно відбивають його логістичну систему. Методам та моделям імітаційного моделювання присвячені чисельні роботи [1 – 7]. Однак моделей де була би відображена цілісна логістична система малого підприємства на сьогодні не створено.

Метою роботи є розробка імітаційної моделі часових параметрів логістичної системи малого підприємства.

Виклад основного матеріалу. В основу побудови імітаційної моделі логістичної системи (ЛС) малого підприємства (МП) покладений підхід Дж. Форрестера [8] і розвинутий автором на основі розроблених методів, закладених в методологістичному підході до моделювання процесів розвитку структури і властивостей малого підприємства шляхом відтворення динамічних моделей, рис.1.

В подальшому, розроблена модель (1) – (35) відображає основні риси логістичної системи малого виробничого підприємства (рис. 1). Зображена модель охоплює всі властивості МП і тих підприємств, які є лише посередниками і не мають власного виробництва. На базі цієї моделі здійснюється моделювання часових параметрів розвитку логістичної системи малого підприємства; оцінюється економічна ефективність виробництва МП і виконується моделювання адаптаційних механізмів управління розвитком малого підприємства. Один із аспектів цього підходу є розгалуження і поєднання всього комплексу динамічних моделей в єдиній моделі управління МП (рис. 1).

Дамо без коментарів систему рівнянь імітаційної моделі:

$$q_{k+1}^1 = q_k^1 + T(u_k - f_k^1), \quad (1)$$

де q_k^1 – замовлення, не виконані збутовою фірмою (одиниці товару);
 u_k – вимоги (попит), одержувані збутовою фірмою (одиниці в тиждень);
 f_k^1 – темп поставки (одиниці в тиждень); T – інтервал часу між рішеннями рівнянь. Індекс k при змінній означає, що береться значення змінної в k -й момент часу.