1.14. Optymalizacja marszrutyzacji przewozów z zastosowaniem funkcji Excela

Jednym z kierunków badań w logistyce jest zastosowanie programowania matematycznego do zarządzania łańcuchem dostaw. Można w nich wyodrębnić następujące klasy zagadnień, których celem jest optymalizacja[24]:

- marszrutyzacja środków transportu dla potencjalnych tras dostaw (VRP - *Vehicle Routing Problems*),
- planowanie czasowe realizacji dostaw (*Vehicle Scheduling Problems*),
- lokalizacja magazynów produkcyjnych lub punktów dystrybucji (*Facility Location*),
- zaprojektowanie sieci dystrybucyjnych (*Transportation Network Design Problems),*
- określenie ilości i ładowności środków transportu do realizacji dostaw (*Vehicle Fleet Sizing Problems*).

Problematyka marszrutyzacji ma wiele wariantów rozwiązań modeli decyzyjnych. Celem jest określenie zamkniętej trasy dostaw począwszy od bazy, poprzez odbiorców, dla których znane są popyty oraz miejsca zlokalizowania. W podstawowej odmianie problemu marszrutyzacji (VRP) następuje wybór tras dostaw do kilku odbiorców. Znamy miejsce oraz potrzeby odbiorców. Tabor pojazdów charakteryzuje się jednakową ładownością, przy czym pojazdy wyjeżdżają od jednego dostawcy. Funkcja celu takiego zadania decyzyjnego ma na celu minimalizowanie łącznych kosztów obsługi lub całkowitej długości tras przewozów do odbiorców. Zagadnienie transportowe określone skrótem VRP doczekało się opracowania różnych jego odmian, a w tym często publikowanej VRPB (*Vehicle Routing Problem with Backhauling*). W tym modelu brani są pod uwagę odbiorcy towarów, których zaopatruje centrum bazowe oraz dostawcy zaopatrujący to centrum. W tej odmianie marszrutyzacji oprócz liczby i pojemności środków transportu dodatkowo wymaga się, aby załadunek u dostawców następował po wyładunku dóbr u odbiorców. Może pojawić tu się problem sterowania pustymi przebiegami pojazdów[25].

Do rozwiązania problemu marszrutyzacji stosowane są różne specjalistyczne programy komputerowe. Dla celów dydaktycznych praktyczne jest wykorzystanie dla niewielkich macierzy tras i dostawców programu WinQSB oraz dodatku Solver w ramach arkusza kalkulacyjnego Excel. Nadmienię, że określenie *solver* oznacza funkcję w kalkulatorach naukowych

---

[24] Zamieszczone rozwiązanie zadania decyzyjnego bazuje na artykule: Liana M., Pisula T., *Zastosowanie programowania matematycznego do wyboru tras dostaw w sieci dystrybucji*, artykuł w czasopiśmie *Metody ilościowe w badaniach ekonomicznych*, tom XIV, 2013, tab. 2, http://www.academia.edu/9499435, dostęp: 30.05.2015.

[25] Wornalkiewicz W., *Wprowadzenie do projektowania systemów informatycznych zarzadzania*, Wydawnictwo Instytut Śląski, Opole 2016, s. 194.

lub programach komputerowych umożliwiająca rozwiązywanie równań[26]. Po wprowadzeniu równania i podaniu wartości liczbowych wszystkich parametrów program wyznacza wartość zmiennej. W niektórych przypadkach, gdy nie ma możliwości odpowiedniego przekształcenia równania, kalkulator lub program komputerowy z solverem jest sposobem obliczenia szukanej wartości. Bardziej zaawansowane solvery wykorzystywane są w problemach optymalizacyjnych. Proste wersje komputerowych solverów są standardowo dostępne w arkuszach kalkulacyjnych MS Excel, czy też OOo Calc. Trzeba dodać, że zaawansowane solvery jak CPLEX lub serwery Frontline'a są samodzielnymi programami. Solvery mogą też stanowić dodatki do innych programów obliczeniowych, np. arkuszy kalkulacyjnych typu Excel lub MATLAB. Dodam, że skrót OOo Calc (*OpenOffice Calc*) oznacza zaawansowany arkusz kalkulacyjny wchodzący w skład bezpłatnego pakietu biurowego Apache OpenOffice, dostępnego na platformach Microsoft Windows, Linux, Solaris, a także w OS X, FreeBSD[27]. Pakiet ten jest dystrybuowany przez Apache Software Foundation, także w języku polskim łącznie z narzędziami językowymi, tj. słownikiem ortograficznym oraz tezaurusem. Omawiany arkusz odpowiada Microsoft Excel oraz Quattro Pro, tak wiec obejmuje formuły, narzędzia analityczne, rozwiniętą grafikę biznesową, a także wbudowane narzędzie do eksportu dokumentów w międzyplatformowym formacie PDF.

Dodatek Solver jest częścią zestawu poleceń, a za jego pomocą można znaleźć optymalną wartość formuły w komórce celu, która podlega ograniczeniom, dotyczącym wartości innych komórek z formułą znajdujących się w danym arkuszu[28]. Solver pracuje z grupą komórek, zwanych zmiennymi decyzyjnymi, które uczestniczą w wyliczaniu formuł w komórkach celu i komórkach ograniczeń. Podstawową funkcją dodatku Solver jest dostosowanie wartości w komórkach zmiennych decyzyjnych tak, aby spełnić wymagania komórek ograniczeń i uzyskać pożądany wynik minimalny lub maksymalny w komórce celu.

Nadmienię że, w programie Excel 2010 można otworzyć plik utworzony w innym formacie plików, klikając kartę *Plik*, a następnie klikając pozycję *Otwórz*. Skoroszyty programu Excel 97–2003 są automatycznie otwierane w trybie zgodności. Analogicznie pliki Excela można zapisać także na wyjściu w innym formacie np. PDF. Format PDF (*Portable Document Format*) zachowuje formatowanie dokumentu i umożliwiający udostępnianie plików. Dokument w formacie PDF zachowuje zamierzony format podczas wyświetlania w trybie online lub drukowania. Format PDF przydaje się w przypadku dokumentów, które będą powielane przy użyciu metod drukowania.

Rozwiązanie problemu marszrutyzacji na przykładzie przedstawiłem we wcześniejszej publikacji - rozdział 1.9 *Marszrutyzacja przewozów z*

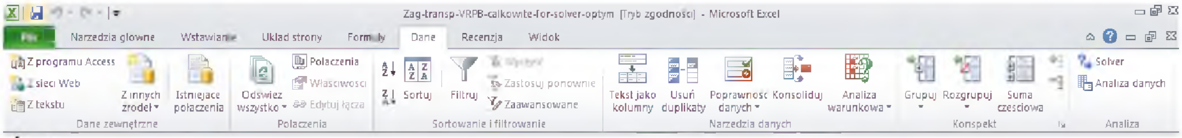
[26] https://pl.wikipedia.org/wiki/Solver, dostęp: 4.02.2017.
[27] https://pl.wikipedia.org/wiki/OpenOffice_Calc, dostęp: 4.02.2017.
[28] Niniejszy materiał bazuje na tekście menu „*Pomoc*" w arkuszu kalkulacyjnym Excel.

zastosowaniem programu WinQSB[29]. Warto jednak przytoczyć tu założenia realizacji zadania w WinQSB. Po zainstalowaniu programu *winqsb.exe* z Internetu, z menu *Start* wywołujemy ten program a następnie wybieramy moduł *Linear and Integer Programming*[30]. Nadajemy nazwę pliku, dążenie funkcji celu do minimum kosztu przewozu oraz podajemy wstępną ilość zmiennych oraz ograniczeń. W trakcie dalszego formułowania zadania decyzyjnego możemy skorygować ilość zmiennych i ograniczeń. Zarówno funkcja celu jak i ograniczenia mają postać liniową. W programie WinQSB wybieramy spośród dwóch możliwości *Normal*, *Matrix* tą drugą, odpowiadającą arkuszowi kalkulacyjnemu Excel. Wprowadzamy także 50 zmiennych x_{ij} z współczynnikami zero. Następnie wprowadzamy współczynniki C_i (koszty przewozu na 10 trasach) do zmiennych y_j. Miejsca odbioru na trasach zaznaczone są liczbą 1 lub 0 przy 50 zmiennych z_{ij} , gdy dany odbiorca nie „sąsiaduje" z wcześniej podanym dla danej trasy.

Po zdefiniowaniu funkcji celu, ograniczeń zasobów oraz warunków brzegowych oraz dokładnym sprawdzeniu poprawności całości modelu możemy przystąpić do uzyskania wyników optymalnych modułem *Linear and Integer Programming* programu WinQSB. W tym względzie korzystamy z funkcji *Solve and Analyze*. Mamy 110 zmiennych decyzyjnych zapisanych w notacji komputerowej. Początkowa zmienna X11, a końcowa Z105.

Rozwiązaniem jest skorzystanie z trzech tras T_3 z przewozem 17 szt. - jako rozładunek $z_{3,2}$, następnie T_6 z przewozem do odbiorców trzeciego i czwartego jako rozładunki $z_{6,3}$ i $z_{6,4}$, odpowiednio 16 oraz 15 sztuk, a także skorzystanie z trasy T_{10} i obsłużenie odbiorcy pierwszego (18 szt.) – rozładunek $z_{10,1}$ oraz piątego (14 szt.) – rozładunek $z_{10,5}$. Tak więc towar należy dostarczyć trzema pojazdami na wymienionych wcześniej trasach. Pełne rozwiązanie wartości zmiennych decyzyjnych przeprowadzone programem WinQSB jest zgodne z sygnalizowanymi wynikami uzyskanymi w dodatku *Solver* arkusza kalkulacyjnego Excel przez autorów publikacji: *Zastosowanie programowania matematycznego do wyboru tras dostaw w sieci dystrybucji*[31]. Autorzy nie podali jednak postępowania w zakresie sformatowania danych wejściowych oraz sposobu uzyskania rozwiązania optymalnego założonego zadania marszrutyzacji dodatkiem Solver Excela. Zainteresowałem się tym i było to moim przedmiotem prac testowych z Solverem, wychodząc z ogólnego modelu matematycznego zadania decyzyjnego[32]. Po zainstalowaniu dodatku Solver do arkusza kalkulacyjnego Microsoft Excel 2010 możemy go wywołać poprzez rozwinięcie podmenu „Dane", a później naciskając „Solver" (zob. ryc. 1).

[29] Wornalkiewicz W., *Wprowadzenie do projektowania systemów informatycznych zarządzania*, op.cit.
[30] Ibidem, s. 198.
[31] Liana M., Pisula T., *Zastosowanie programowania matematycznego do wyboru tras dostaw w sieci dystrybucji*, op.cit.
[32] Wornalkiewicz W., *Wprowadzenie do projektowania systemów informatycznych zarządzania*, op.cit., rozdział 1.9.2.



Źródło: Opracowanie własne na podstawie menu programu Excel.

Ryc. 1. Umiejscowienie Solvera w menu Excela

Zrozumienie podejścia optymalizacyjnego zastosowanego w procedurze dla WinQSB jak i Solvera wymaga podania ogólnego modelu matematycznego marszrutyzacji. W tym względzie skorzystano z informacji zawartych w wspomnianym już artykule autorów Liana M., Pisula T., *Zastosowanie programowania matematycznego do wyboru tras dostaw w sieci dystrybucji* oraz rozdziału 1.9[33].

Model zadania klasy VRP

Zanim przystąpimy do rozpatrzenia liniowego modelu matematycznego marszrutyzacji typu VRP przyjmijmy założenia:

- firma przewozowa ma jednostopniowy system dystrybucji tj. dostawca (jeden magazyn centralny) obsługuje kilka odbiorców np. marketów handlowych;
- transporty towarów do dostawców mogą odbywać się cyklicznie;
- pojazdy mają jednakową ładowność i te same koszty na danej trasie; ładowność może być wyznaczona poprzez takie cechy fizyczne jak objętość i powierzchnię skrzyni ładunkowej , dopuszczalna masa ładunku, przy czym jedna z tych cech powinna być dominującą; można na podstawie tych cech wyznaczyć całkowite możliwości taboru zwanego też flotą pojazdów;
- przewożone towary są jednakowo przygotowane do przewozu, np. towary są zamocowane na standardowych paletach EUR;
- znana jest mapa połączeń między dostawcą a odbiorcami, z zaznaczeniem odległości i czasu przejazdu;

istnieje możliwość wyznaczenia potencjalnych tras dostaw rozpoczynających i kończących się u dostawcy;

- przebycie określonej trasy wywołuje pewien koszt, z rozróżnieniem załadunku, transportu oraz wyładunku;
- w optymalizacji koszty zmienne dostaw (zależne od wielkości ładunku wynikającego z łącznego zapotrzebowania odbiorców) są pomijane;
- uwzględnia się część stałą kosztów wywołaną operacją załadowania lub wyładowania towarów;
- po każdej trasie odbywa się tylko jeden kurs pojazdu;
- w każdym kursie następuje jeden załadunek u dostawcy, a jego koszty stałe można dodać do kosztów transportu;
- koszty stałe rozładunku mogą być różne u poszczególnych odbiorców.

[33] Ibidem, s.196.

W optymalnej marszrutyzacji środków transportu dla potencjalnych tras według VRP problem decyzyjny polega na wyborze tras, którymi można dostarczyć żądane ilości towarów odbiorcom przy minimalnych kosztach sumarycznych. Ogólny model matematyczny takiego problemu decyzyjnego obejmuje funkcję celu, ograniczenia zasobów oraz warunki brzegowe zmiennych. Funkcja celu stanowi sumę kosztu transportu oraz kosztów stałych załadunku u dostawcy (pierwszy człon FC) oraz koszty stale rozładunków u odbiorców (człon drugi FC).

$$FC\left(y_i, z_{ij}\right) = \sum_{i=1}^{I}(C_i \cdot y_i) + \sum_{i=1}^{I}(c_j \cdot z_{ij}) \rightarrow min \quad (1)$$

gdzie:

I – liczba tras; i – numer trasy, i =1, 3, …, I;

J – liczba odbiorców; j – numer odbiorcy, j = 1, 2,…, J;

C_i – koszt przejazdu po trasie T_i powiększony o koszt stały załadunku ($C_i > 0$);

c_i – stały koszt rozładunku u odbiorcy O_j ($c_j > 0$).

Wprowadzone do zadania decyzyjnego ograniczenia obejmują:

a) 5 warunków dla odbiorców:

$$\sum_{i=1}^{I} x_{ij} = d_j \quad \text{dla } j = 1, 2, \dots, J \quad (2)$$

b) 10 warunków dla tras:

$$\sum_{j=1}^{J} x_{ij} \leq S \cdot y_i \quad \text{dla } i = 1,2, \dots, I \quad (3)$$

c) 5x10 warunków ładowności samochodów:

$$x_{ij} \leq S \cdot z_{ij} \quad \text{dla } i = 1, 2, \dots, I; j = 1, 2, \dots, J \quad (4)$$

d) 5x10 warunków możliwości dostawy:

$$z_{ij} \leq a_{ij} \text{ dla } i = 1, 2, \dots, I; j = 1, 2, \dots, J \quad (5)$$

W wymienionych warunkach wprowadzono parametry: d_j – zapotrzebowanie odbiorcy O_j ($d_j \geq 0$); S – ładowność samochodu ($S > 0$); a_{ij} – wskazujący na możliwe punkty odbioru towaru na trasie przez odbiorców.

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases}$$

Liczba jeden występuje wtedy, gdy odbiorca O_j położony jest na trasie T_i, a liczba zero w przeciwnym przypadku. Złożoność problemu wymaga wprowadzenia do modelu zadania decyzyjnego trzech grup zmiennych, a mianowicie:

a) x_{ij} – wielkość ładunku przewożonego po trasie T_i do odbiorcy O_j;

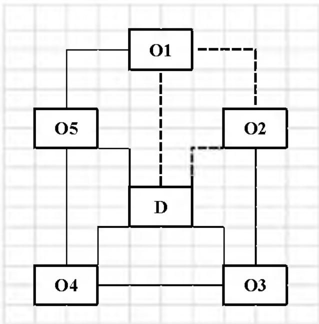
b) y_i – wybrana trasa dostawy ładunku, przyjmująca 1, gdy realizowany jest kurs po trasie T_i, lub 0, w przypadku przeciwnym;

c) z_{ij} – wyładunek u odbiorcy O_j, wielkość 1, gdy następuje w trakcie kursu po trasie T_i lub 0 w przypadku przeciwnym.

Widzimy, że w modelu zadania decyzyjnego występują zmienne mieszane, w tym decyzyjne x_{ij}, które przyjęto jako całkowitoliczbowe oraz y_j i z_{ij} jako zmienne binarne. Ponadto w modelu zadania decyzyjnego niezbędne są warunki brzegowe:

$$x_{ij} \geq 0 \text{ dla } i = 1, 2, \ldots, I; j = 1, 2, \ldots, J \quad (6)$$
$$y_i - \text{binarne dla } i = 1, 2, \ldots, I \quad (7)$$
$$z_{ij} - \text{binarne dla } i = 1,2, \ldots, I; j = 1, 2, \ldots, J \quad (8)$$

Podejmując testowanie w Solverze, aby mieć odniesienie co do poprawności wyników, skorzystano z przykładu zamieszczonego w cytowanej już publikacji internetowej[34]. Przykład ten dotyczy sieci dystrybucji obejmującej obsługę pięciu odbiorców przez jednego dostawcę (zob. ryc. 2). Liniami zaznaczono umownie potencjalne drogi, którymi dostawca D mający kilka samochodów może rozwozić towar do odbiorców O_1, O_2, O_3, O_4, O_5 . Samochody po kursie wracają do bazy, przy czym zapotrzebowanie wymienionych odbiorców d_j wynosi: 18, 17, 16, 15, 14 sztuk. Ładowność poszczególnych samochodów wynosi 33 sztuki. W cytowanym przykładzie założono obsługę w trakcie jednego kursu najwyżej dwóch odbiorców na trasie. Przy takim założeniu jest 10 tras (zob. zaznaczenie trasy drugiej linią przerywaną na rycinie 2).



Źródło: Opracowanie własne na podstawie rysunku 1 „*Przykładowa sieć dystrybucji*” [35].

Ryc. 2. Sieć dystrybucji towarów

Dla uproszczenia przyjęto jednakowy koszt rozładunku u odbiorcy wynoszący 10 zł. Koszty załadunku oraz transportu na 10 trasach z podaniem wartości binarnej parametrów a_{ij} podano w tabeli 1.

Tab. 1.

Parametry (współczynniki) a_{ij} oraz koszty C_i na trasach

Koszt C_i	Trasa T_i	O_1	O_2	O_3	O_4	O_5
200	T_1	1	0	0	0	0
320	T_2	1	1	0	0	0
240	T_3	0	1	0	0	0
400	T_4	0	1	1	0	0
300	T_5	0	0	1	0	0
340	T_6	0	0	1	1	0
180	T_7	0	0	0	1	0

[34] Liana M., Pisula T., *Zastosowanie programowania matematycznego do wyboru tras dostaw w sieci dystrybucji*, op.cit.
[35] Ibidem.

290	T_8	0	0	0	1	1
160	T_9	0	0	0	0	1
270	T_{10}	1	0	0	0	1

Źródło: Opracowanie własne na podstawie tabeli 1 „*Wybrane dane do przykładu odbiorców O_j*"[36].

W nadmienionej publikacji autorzy zaznaczają, że optymalizację prezentowanego zadania decyzyjnego wykonano dodatkiem *Solver* Excela i uzyskano wartość funkcji celu 900 obejmującej zarówno koszty załadunku i transportu oraz rozładunku. Jak już wspomniałem, nie podano jednak sposobu sformułowania zadania decyzyjnego w tym programie. W naszym przykładzie dla $I = 10$ tras oraz $J = 5$ odbiorców model zadania decyzyjnego obejmuje:

a) $I \cdot J = 10 \cdot 5 = 50$ zmiennych ciągłych (rzeczywistych całkowitych),
b) $I \cdot (J + 1) = 10 \cdot (5 + 1) = 60$ zmiennych binarnych.
c) $2 \cdot (I \cdot J) + I + J = 2 \cdot 10 . 5 + 10 + 5 = 115$ warunków ograniczających

(2) – (5).

Określenie danych wejściowych i formul do realizacji Solverem

Dojście do zaprezentowanego rozwiązania wymagało wiele prób związanych ze zdefiniowaniem danych wejściowych, formuł Excela jak również ustawienia opcji optymalizacyjnych w Solverze. Efekt zapisania danych dla 10 tras oraz 5 odbiorców pokazano na rycinie 3.

B3 fx =SUMA(C3:G3)

	A	B	C	D	E	F	G
1		Wielkość zmiennych x_{ij} przewozu trasą T_i do odbiorców O_j (na przecięciu)					
2	Trasa T_i	Razem O_j	O_1	O_2	O_3	O_4	O_5
3	T_1	5	1	1	1	1	1
4	T_2	5	1	1	1	1	1
5	T_3	5	1	1	1	1	1
6	T_4	5	1	1	1	1	1
7	T_5	5	1	1	1	1	1
8	T_6	5	1	1	1	1	1
9	T_7	5	1	1	1	1	1
10	T_8	5	1	1	1	1	1
11	T_9	5	1	1	1	1	1
12	T_{10}	5	1	1	1	1	1
13	Razem T_i:		10	10	10	10	10
14	Ładowność środków transportu:		33				
15		Zapotrzebowanie: d_j	18	17	16	15	14

Źródło: Opracowanie własne w Excelu.

Ryc. 3. Tabela wejściowa przewozów

Celowo zaznaczono też kolumny i wiersze arkusza kalkulacynego dla lepszego wyjaśnienia zamieszczonych w niniejszym materiale formuł Excela. Na skrzyżowaniu tras T_i i odbiorców O_j występuje 50 zmiennch x_{ij}. Macierz

[36] Ibidem.

przewozów inicjowana jest liczbą 1. W kolumnie B występuje formuła sumy wierszowej np. (=SUMA(C3:G3). W wierszu 13 są sumy kolumnowe np. (=SUMA(C3:C12). W komórce C14 podano stałą ładowność samochodów równą 33. W wierszu 15 – komórki (C15:G15) zawierają zapotrzebowania odbiorców.

Kolejna tablica pokazuje trasy dopuszczalne (T_1 – T_{10}), łączne koszty transportu oraz załadunku i wyładunku na poszczególnych dopuszczalnych trasach dowozu towarów (zob. ryc. 4). W wierszu 28 występują sumy możliwości dostaw do odbiorców. W macierzy (obszar C18:G27) wymieniono zapisami „0” lub „1” warianty dróg transportu. Wielkość 80 stanowi sumę zapotrzebowania wszystkich 5. odbiorców obliczoną przez Excel formułą: =SUMA(C15:G15). W wierszu 29. wprowadzono wartość 10 jako jednakowy koszt wyładunku dla każdego z pięciu odbiorców. Na uwagę zasługuje jeszcze kolumna H, w której w komórkach (H18:H27) zapisano rozłożenia kosztu na odbiorców (jednego lub dwóch).

C28 fx =SUMA(C18:C27)

	A	B	C	D	E	F	G	H
16		Wartości parametrów a_{ij} oraz koszty załadunku i realizacji kursu po trasie T_i						80
17	Trasa T_i	Koszt C_i	O_1	O_2	O_3	O_4	O_5	w [1/SUMA()]
18	T_1	200	1	0	0	0	0	1
19	T_2	320	1	1	0	0	0	0,5
20	T_3	240	0	1	0	0	0	1
21	T_4	400	0	1	1	0	0	0,5
22	T_5	300	0	0	1	0	0	1
23	T_6	340	0	0	1	1	0	0,5
24	T_7	180	0	0	0	1	0	1
25	T_8	290	0	0	0	1	1	0,5
26	T_9	160	0	0	0	0	1	1
27	T_{10}	270	1	0	0	0	1	0,5
28		Razem:	3	3	3	3	3	
29	Koszt rozładunku c_j u odbiorców:		10	10	10	10	10	

Źródło: Opracowanie własne w Excelu.

Ryc. 4. Warianty możliwości dla tras transportu

Wprowadzamy jeszcze zmienną y_i w komórki (I32:I41) aktywności tras przyjmując na wejściu „1”.

O32 fx =$C$14*I32

	I	J	K	L	M	N	O	P
31	y_i	z_{ij}					S·y_i	Trasa T_i
32	1	1	0	0	0	0	33	T_1
33	1	1	1	0	0	0	33	T_2
34	1	0	1	0	0	0	33	T_3
35	1	0	1	1	0	0	33	T_4
36	1	0	0	1	0	0	33	T_5
37	1	0	0	1	1	0	33	T_6
38	1	0	0	0	1	0	33	T_7
39	1	0	0	0	1	1	33	T_8
40	1	0	0	0	0	1	33	T_9
41	1	1	0	0	0	1	33	T_{10}

Źródło: Opracowanie własne w Excelu.

Ryc. 5. Zainicjowanie zmiennych aktywności tras i dopuszczalnych rozładunków u odbiorców O1:O5

Inicjujemy macierz zmiennych z_{ij} realizowanych dopuszczalnych dostaw w obszarze (J32:N41) wprowadzając oznaczenie marszrut tras T_1:T_{10}. Ponadto tworzymy ograniczenia stałej ładowności pojazdów w komórkach (O32:O41) korzystając z formuły np. (=$C$14*I32), przy czym w komórce o adresowaniu bezwzględnym zapisana jest wartość „33".

Przy takim ustawieniu wartości początkowych zmiennych całkowitych x_{ij} oraz zmiennych binarnych y_i oraz z_{ij} koszt przewozu stanowiący sumę kosztu transportu – dostawy oraz kosztów załadunku i wyładunku wynosi „2850", czyli jest sumą wartości w komórkach (D45+E45) – zob. rycina 6.

B45 fx =D45+E45

	A	B	C	D	E	F
45	Koszt przewozu:	2850	Dostawa →	2700	150	← Załadunek i rozładunek

Źródło: Opracowanie własne w Excelu.

Ryc. 6. Ustawienie funkcji celu w komórce B45

Trzeba jeszcze wymienić formułę zapisaną w komórce D45 (=I53) stanowiącą sumę iloczynów zapisanych w komórkach (I43:I52) formułą np.: (=B32*I32), czyli zmiennej y_i i kosztu C_i . Dla zmiennych początkowych koszt dostawy wynosi: 2700 (zob. ryc. 7).

	I
42	Koszt T_i
43	200
44	320
45	240
46	400
47	300
48	340
49	180
50	290
51	160
52	270
53	2700

Źródło: Opracowanie własne w Excelu.

Ryc. 7. Obliczone koszty dostawy na trasach (T_1:T_{10})

Ze względu na przyjęty jednakowy koszt wyładunku wynik w komórce E45 otrzymujemy korzystając z formuły (=10*Q42). Wielkość w komórce Q42 jest sumą sum z komórek zmiennych z_{ij} i dla zmiennych początkowych równa się 15. Prezentuje to rycina 8.

Q33 =SUMA(J33:N33)

	P	Q
31	Trasa T_i	SUMA (z_{ij})
32	T_1	1
33	T_2	2
34	T_3	1
35	T_4	2
36	T_5	1
37	T_6	2
38	T_7	1
39	T_8	2
40	T_9	1
41	T_{10}	2
42		**15**

Źródło: Opracowanie własne w Excelu.

Ryc.8. Sumowanie aktywności zmiennej z_{ij} na trasach (T_1:T_{10})

W celu wprowadzenia ograniczeń dostaw na poszczególnych trasach wynikających z ładowności i potrzeb odbiorców konieczne jest jeszcze opracowanie w Excelu tabeli pomocniczej reagującej na kształtowanie się zmiennej z_{ij} w kolejnych iteracjach procesu optymalizacji. Jako kryteria graniczne w ramach kolumn (J:N) przyjęto zamówienia odbiorców zapisane w wierszu 54 (zob. rycina 9).

J44 =$J$54*J32*$H$18

	J	K	L	M	N
43	n · z_i . w_i				
44	18,0	0,0	0,0	0,0	0,0
45	18,0	17,0	0,0	0,0	0,0
46	0,0	17,0	0,0	0,0	0,0
47	0,0	17,0	16,0	0,0	0,0
48	0,0	0,0	16,0	0,0	0,0
49	0,0	0,0	16,0	15,0	0,0
50	0,0	0,0	0,0	15,0	0,0
51	0,0	0,0	0,0	15,0	14,0
52	0,0	0,0	0,0	0,0	14,0
53	18,0	0,0	0,0	0,0	14,0
54	**18**	**17**	**16**	**15**	**14**

Źródło: Opracowanie własne w Excelu.

Ryc. 9. Obliczenia pomocnicze do ograniczeń funkcji celu.

Skorzystanie z metody optymalizacji „LP *simpleks*" w Solverze

Ustawiamy się na komórce funkcji celu tj. B45 (zob. ryc. 10). Poprzez menu „*Dane*" wywołujemy dodatek programowy Solver.

B45 =D45+E45

	A	B
45	Koszt przewozu:	**2850**

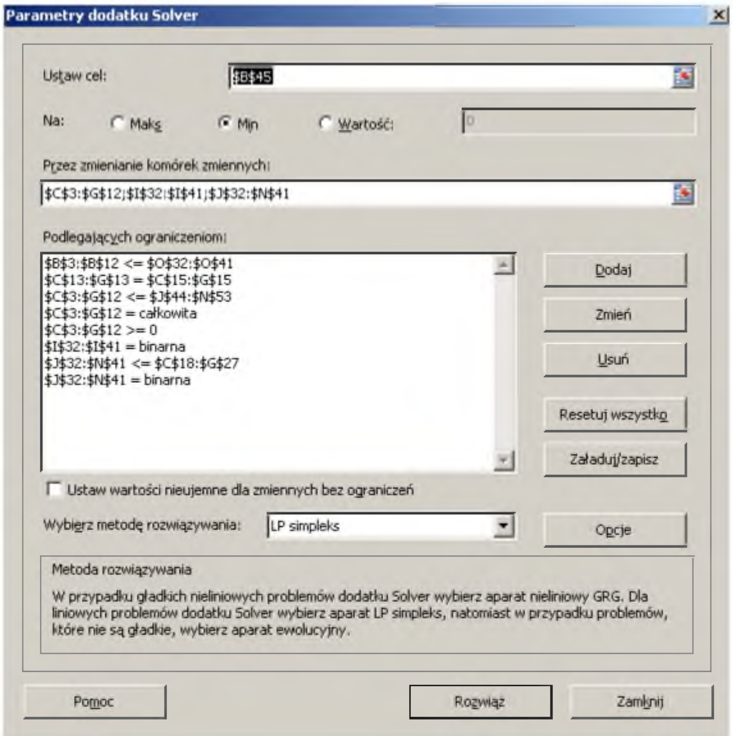
Źródło: Opracowanie własne w Excelu.

Ryc.10. Ustawienie się na komórce celu B45 przed realizacja zadania optymalizacyjnego

Mając wprowadzone dane początkowe zapisane w komórkach arkusza kalkulacyjnego Excel, przystępujemy do zdefiniowania parametrów dla programu Solver i w tym celu poprzez ustawienia się na komórkach lub zaznaczając obszar określamy:

- komórkę celu ($B$45) ze wskazaniem na „Min”;
- obszary zmiennych: x_{ij} ($C$3:$G$12), y_i ($I$32:$I$41), z_{ij} ($J$32:$N$41);
- ograniczenia zmiennych: $B$3:$B$12<=$O$32:$O$41; $C$13:$G$13=$C$15:$G$15; $C$3:$G$12<=$J$44:$N$53, $J3$2:$N$41<=$C$18:$G$27;
- warunki brzegowe zmiennych x_{ij}: $C$3:$G$12=całkowita, $C$3:$G$12>=0;
- warunki brzegowe zmiennej y_i: $I$32:$I$41=binarna;
- warunki brzegowe zmiennych z_{ij}: $J$32:$N$41=binarna.

Zwróćmy uwagę, że Solver adresuje obszary jako bezwzględne dodając „$”. Znaki nierówności wprowadzane są podwójnie np. (<=). Całkowitoliczbowość zmiennej x_{ij} określana jest poprzez wybór opcji „int” a binarność zmiennych y_i oraz z_{ij} wybierając opcję „bin”. Musimy jeszcze ustawić wartości nieujemne dla zmiennych x_{ij} jako bez ograniczeń (okienko puste). Wybieramy metodę rozwiązywania „LP simpleks”. Program podpowiada nam cytuję: „W przypadku gładkich nieliniowych problemów dodatku Solver wybierz aparat nieliniowy GRG. Dla liniowych problemów dodatku Solver wybierz aparat LP simpleks, natomiast w przypadku problemów, które nie są gładkie wybierz aparat ewolucyjny”. Widok okna dialogowego „Parametry dodatku Solver” pokazano na rycinie 11.



Źródło: Opracowanie własne w Dodatku Solver.

Ryc. 11. Wypełnione okno „*Parametry dodatku Solver*”

Solver umożliwia wykonywanie modyfikacji ograniczeń poprzez skorzystanie z przycisków: „Dodaj”, „Zmień”, „Usuń”. Przykład otwartego okna „Dodawanie ograniczeń” przedstawiono na rycinie 12. W „Odwołanie do komórek” podajemy adresy bezwzględne obszarów/komórki a w „Ograniczenie” także odpowiednie adresy lub wartość liczbową. W podoknie wyboru mamy możliwość zaznaczenia: <=, =, >=, int, bin, dif.

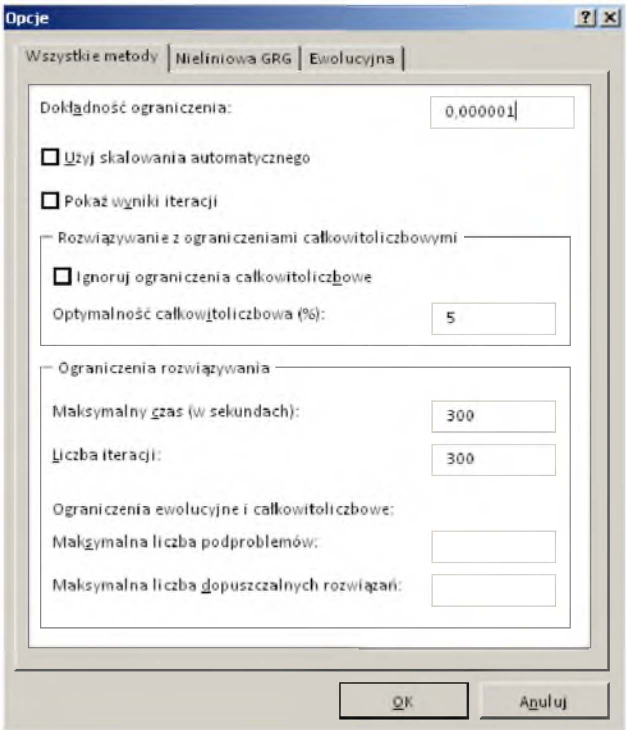
Wprowadzenie rozszerzenia „dif” informuje o potrzebie wymiany danych tekstowych z innymi aplikacjami i wtedy zapisywany jest tylko aktywny arkusz. Trzeba jednak pamiętać, że zapisywanie skoroszytu w dowolnym formacie tekstowym powoduje częściową utratę jego dotychczasowego formatowania. W tym formacie plików zapisywany jest tylko tekst, wartości oraz formuły z aktywnego arkusza. W sytuacji gdy opcje arkusza są ustawione tak, aby w komórkach były wyświetlane wyniki formuł to w przekonwertowanym pliku zapisywane są tylko wyniki formuł. Aby zapisać formuły, należy je wyświetlić w arkuszu przed zapisaniem pliku korzystając z karty *Plik* i w ramach *Opcji* kategorii *Zaawansowane*.

Źródło: Opracowanie własne w Dodatku Solver.

Ryc. 12. Okno definiowania ograniczeń zmiennych

Istotną rolę dla rozwiązywania iteracyjnego zadania optymalizacyjnego odgrywają odpowiednie ustawienia w oknie „Opcje” (zob. rycina 13) i dlatego przyjąłem:

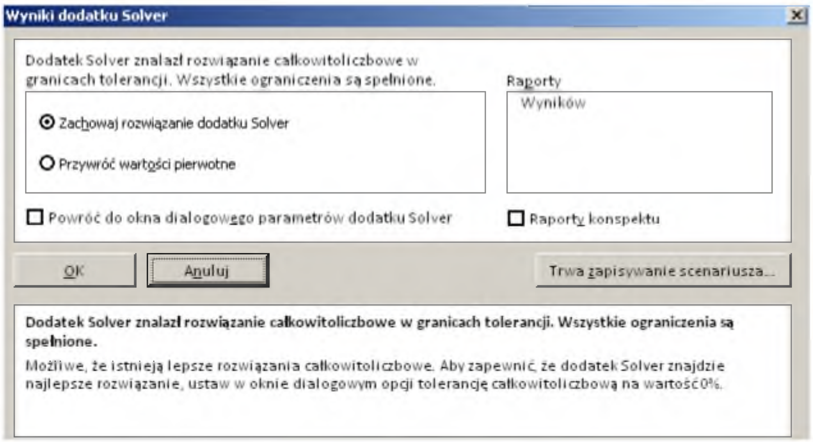
- dokładność ograniczenia (0,000001),
- rozwiązywanie z ograniczeniami całkowitoliczbowymi (5%),
- ograniczenie czasu rozwiazywania 300 sekund,
- liczba iteracji – 300.



Źródło: Opracowanie własne w Dodatku Solver.

Ryc. 13. Ustawienia w oknie „*Opcje*"

Po naciśnięciu „OK" program realizuje kolejne iteracje procedury „LP simpleks", a gdy już uzyska rozwiązanie to informuje o tym użytkownika generując okno „Wyniki dodatku Solver" (zob. rycina 14).



Źródło: Opracowanie własne w Dodatku Solver.

Ryc. 14. Okno komunikatu o znalezieniu rozwiązania

Z okna (zob. rycina 14) dowiadujemy się, że „*Dodatek Solver znalazł rozwiązanie całkowitoliczbowe w granicach tolerancji. Wszystkie ograniczenia są spełnione*". Program podpowiada nam również: „*Możliwie, że istnieją lepsze rozwiązania całkowitoliczbowe. Aby zapewnić, że dodatek Solver znajdzie lepsze rozwiązanie, ustaw w oknie dialogowym opcji tolerancję całkowitoliczbową na wartość 0%*". W ramach okna dialogowego „*Wyniki dodatku Solver*" możemy ponadto:

- zachować rozwiązanie dodatku Solver (na innym pliku) lub przywrócić wartości pierwotne,
- zażądać raportu wyników,
- powrócić do okna dialogowego parametrów dodatku Solver,
- zażądać raport konspektu,
- zapisać scenariusz.

Przykładowo wybrano raport wyników oraz zapisano rozwiązanie na odrębnym pliku. Efektem końcowym jest wynik zapisany w komórce celu. Zatem minimalny koszt dostawy oraz załadunku i wyładunku wynosi 900 i jest zgodny z wcześniej sygnalizowanym rozwiązaniem otrzymanym prze zemnie w programie WinQSB (zob. rycina 15).

B45 =D45+E45

	A	B	C	D	E	F
45	Koszt przewozu:	900	Dostawa →	850	50	← Załadunek i rozładunek

Źródło: Opracowanie własne w Dodatku Solver.

Ryc. 15. Efekt działania Solvera – wynik w komórce celu B45

Zobaczmy jeszcze jakie trasy przewozów uznał Solver za optymalne i jakie na nich ulokował przewozy. Z kolejnej ryciny 16 wynika, że rozwiązania są następujące:

$T_3 – O_2$ 17 szt.,

$T_6 – O_3$ 16 szt. oraz $T_3 – O_4$ 15 szt.,

$T_{10} – O_1$ 18 szt. oraz $T_{10} – O_5$ 14 szt.

B8 =SUMA(C8:G8)

	A	B	C	D	E	F	G
1		Wielkość zmiennych x_{ij} przewozu trasą T_i do odbiorców O_j (na przecięciu)					
2	Trasa T_i	Razem O_j	O_1	O_2	O_3	O_4	O_5
3	T_1	0	0	0	0	0	0
4	T_2	0	0	0	0	0	0
5	T_3	17	0	17	0	0	0
6	T_4	0	0	0	0	0	0
7	T_5	0	0	0	0	0	0
8	T_6	31	0	0	16	15	0
9	T_7	0	0	0	0	0	0
10	T_8	0	0	0	0	0	0
11	T_9	0	0	0	0	0	0
12	T_{10}	32	18	0	0	0	14

Źródło: Opracowanie własne w Dodatku Solver.

Ryc. 16. Optymalne dostawy

Trasom odpowiada zmienna y_i, która dla tras optymalnym przyjęła wielkość „1". Podobnie Solver wyróżnił wielkością binarna „1" odbiorców do których dotarł towar daną trasą uznaną jako optymalna (zob. rycina 17). W kolumnie „O" obliczana jest dopuszczalna ładowność na trasach wynikająca z wartości zmiennej y_i po optymalizacji.

O34 =$C$14*I34

	I	J	K	L	M	N	O	P
31	y_i	z_{ij}					S y_i	Trasa T_i
32	0	0	0	0	0	0	0	T_1
33	0	0	0	0	0	0	0	T_2
34	1	0	1	0	0	0	33	T_3
35	0	0	0	0	0	0	0	T_4
36	0	0	0	0	0	0	0	T_5
37	1	0	0	1	1	0	33	T_6
38	0	0	0	0	0	0	0	T_7
39	0	0	0	0	0	0	0	T_8
40	0	0	0	0	0	0	0	T_9
41	1	1	0	0	0	1	33	T_{10}

Źródło: Opracowanie własne w Dodatku Solver.

Ryc. 17. Wybór optymalny tras dostaw

Zaglądnijmy jeszcze do naszej tabeli pomocniczej obliczania przewozów jak ograniczeń tabeli wyników po optymalizacji (zob. rycina 18). Widzimy tu odbicie ryciny 17 z uwzględnieniem dopuszczalnych zamówień przez poszczególnych pięciu odbiorców.

K46 =$K$54*K34*$H$18

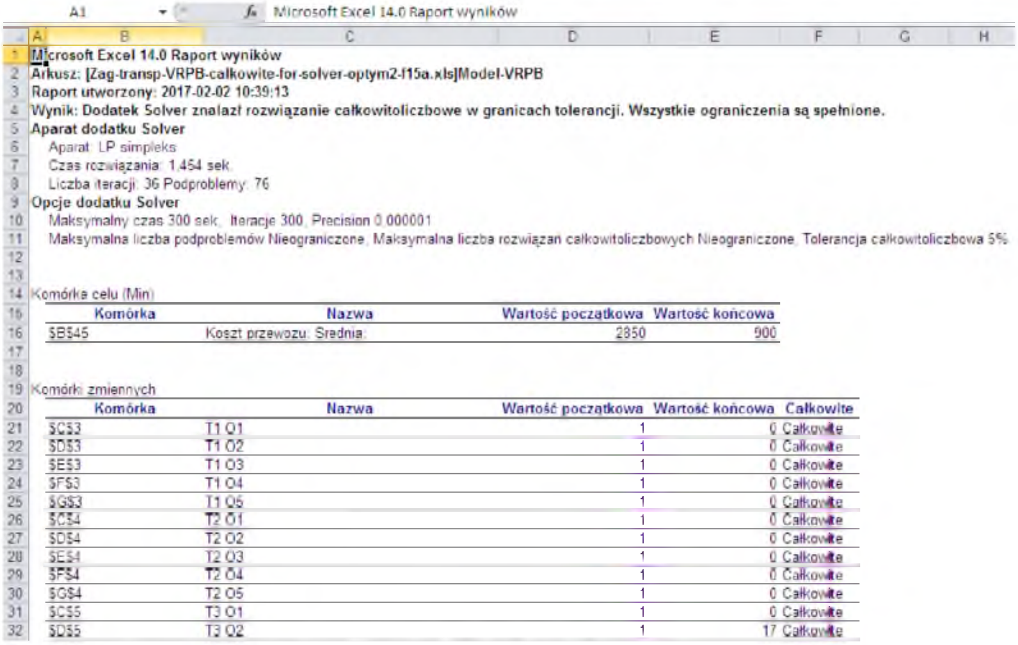
	J	K	L	M	N
43	$n \cdot z_i . w_j$				
44	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
45	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
46	0,0	17,0	0,0	0,0	0,0
47	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
48	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
49	0,0	0,0	16,0	15,0	0,0
50	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
51	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
52	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
53	18,0	0,0	0,0	0,0	14,0
54	**18**	**17**	**16**	**15**	**14**

Źródło: Opracowanie własne w Dodatku Solver.

Ryc. 18. Sytuacja w tabeli (wg ryc. 9) po działaniu optymalizacyjnym Servera

W obszernym raporcie wyników programu Microsoft Excel 14.0, którego fragment stanowi rycina 19 dowiadujemy się o:

- nazwie pliku oraz zastosowanym modelu (VRPB),
- zastosowanym aparacie obliczeniowym (LP simpleks),
- czasie rozwiązania (1,454 sek.),
- liczbie iteracji – 36,
- liczbie podproblemów zadania optymalizacyjnego - 76,
- założonych opcjach względem dodatku Solver o których już wcześniej wspominałem,
- wartości początkowej i końcowej w komórce celu.
- wartościach początkowych i końcowych poszczególnych dostaw, w tym naszej przykładowej (T3 O2) zapisanej w notacji komputerowej.



Microsoft Excel 14.0 Raport wyników
Arkusz: [Zag-transp-VRPB-calkowite-for-solver-optym2-f15a.xls]Model-VRPB
Raport utworzony: 2017-02-02 10:39:13
Wynik: Dodatek Solver znalazł rozwiązanie całkowitoliczbowe w granicach tolerancji. Wszystkie ograniczenia są spełnione.
Aparat dodatku Solver
Aparat: LP simpleks
Czas rozwiązania: 1,454 sek.
Liczba iteracji: 36 Podproblemy: 76
Opcje dodatku Solver
Maksymalny czas 300 sek., Iteracje 300, Precision 0,000001
Maksymalna liczba podproblemów Nieograniczone, Maksymalna liczba rozwiązań całkowitoliczbowych Nieograniczone, Tolerancja całkowitoliczbowa 5%

Komórka celu (Min)

Komórka	Nazwa	Wartość początkowa	Wartość końcowa
$B$45	Koszt przewozu: Średnia:	2850	900

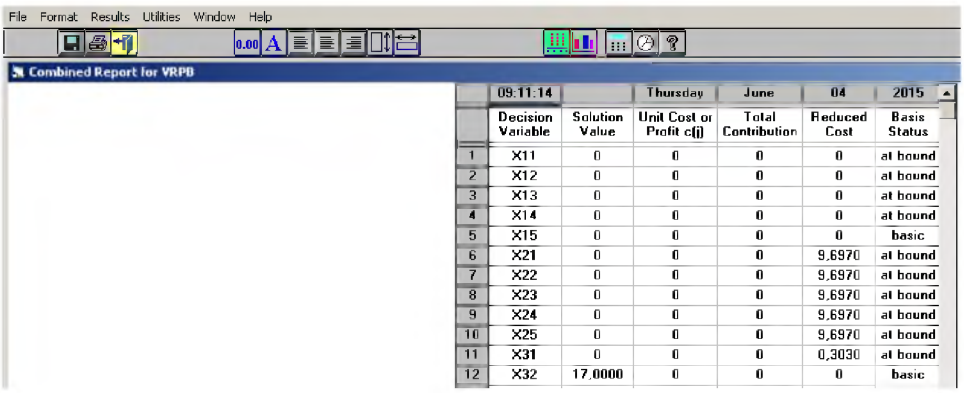
Komórki zmiennych

Komórka	Nazwa	Wartość początkowa	Wartość końcowa	Całkowite
$C$3	T1 O1	1	0	Całkowite
$D$3	T1 O2	1	0	Całkowite
$E$3	T1 O3	1	0	Całkowite
$F$3	T1 O4	1	0	Całkowite
$G$3	T1 O5	1	0	Całkowite
$C$4	T2 O1	1	0	Całkowite
$D$4	T2 O2	1	0	Całkowite
$E$4	T2 O3	1	0	Całkowite
$F$4	T2 O4	1	0	Całkowite
$G$4	T2 O5	1	0	Całkowite
$C$5	T3 O1	1	0	Całkowite
$D$5	T3 O2	1	17	Całkowite

Źródło: Opracowanie własne w Dodatku Solver.

Ryc. 19. Fragment raportu wyników wygenerowanego przez dodatek Solver

A teraz zobaczmy jeszcze na fragmencie widoku raportu kombinowanego „*Combined Report for* VRPB" jak nasze zadanie marszrutyzacji zrealizował moduł „*Programowanie liniowe i całkowitoliczbowe*" (*Linear and Integer Programming*) pakietu WinQSB (zob. rycina 20).



File Format Results Utilities Window Help
Combined Report for VRPB

09:11:14		Thursday	June	04	2015
Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status
1 X11	0	0	0	0	at bound
2 X12	0	0	0	0	at bound
3 X13	0	0	0	0	at bound
4 X14	0	0	0	0	at bound
5 X15	0	0	0	0	basic
6 X21	0	0	0	9,6970	at bound
7 X22	0	0	0	9,6970	at bound
8 X23	0	0	0	9,6970	at bound
9 X24	0	0	0	9,6970	at bound
10 X25	0	0	0	9,6970	at bound
11 X31	0	0	0	0,3030	at bound
12 X32	17,0000	0	0	0	basic

Źródło: Wornalkiewicz W., *Wprowadzenie do projektowania systemów informatycznych zarządzania*, op.cit., rys. 1.9.14.

Ryc. 20. Początkowy fragment rozwiązania optymalnego w WinQSB

* * *

W podsumowaniu chciałbym zwrócić uwagę na złożoność formatowania zadania decyzyjnego o zmiennych mieszanych problemu marszrutyzacji realizowanego dodatkiem Solver. Jednak dość dokładnie zaprezentowane postępowanie może być kanwą podejść do innych problemów w zakresie logistyki zwłaszcza na etapie edukacyjnym.

Warto jeszcze bliżej poznawać funkcjonalność narzędzia informatycznego jakim jest Solver będący dodatkiem do arkusza kalkulacyjnego MS Excel, którego to coraz nowsze wersje proponuje firma Microsoft. Interesujące jest też zgłębienie arkanów informacji zapisanych w tekście „Pomoc” wywoływanym z poziomu pracy Excela.

1.15. Моделювання кризових явищ методами квантової еконофізики

Спроби створити адекватну модель кризових явищ у соціально-економічних системах повинні бути предметом розгляду реальною і продуктивної економічної науки [1]. У рамках сучасних наукових парадигм стає очевидним, що дослідження складних соціально-економічних систем може бути здійснено тільки на основі мультидисциплінарних підходів адекватного опису складності [2]. При цьому квантово-механічні методи забезпечують необхідну фундаментальність і методологічну послідовність.

Еконофізіка - молодий міждисциплінарний науковий напрям, що оформився і отримав свою назву в кінці 90-х років минулого століття [3, 10]. Вже через кілька років, у середині першого десятиліття XXI століття, в його рамках сформувалася квантова еконофізіка, що істотно використовує не тільки математичний апарат квантової механіки, а й її принципово нові і фундаментальні світоглядні ідеї [4], в тому числі і з урахуванням релятивістських аспектів [5-7].

Якщо класична фізика виходить з гіпотези, що існують і в принципі можуть бути точно виміряні миттєві значення всіх фізичних величин, що характеризують стан системи, то вже нерелятивістська квантова механіка не відкидає існування миттєвих значень класичних фізичних величин, однак не всі з них можуть бути виміряні одночасно (співвідношення невизначеностей Гейзенберга).

Релятивістська квантова механіка відкидає в принципі існування миттєвих значень будь-яких фізичних величин, а, отже, поняття стану системи стає строго не визначеним.

Новий напрям у науці формується тільки тоді, коли для цього з'являються умови і виникає необхідність у концентрації зусиль наукового співтовариства на цьому напрямку, і квантова еконофізика в цьому сенсі не є винятком.

XX-е століття - століття тріумфу нової теоретичної фізики - теорії відносності та квантової механіки, які не тільки пояснили нові явища, що спостерігаються в макро- і мікросвіті, а й істотно змінили усталені за століття філософські концепції, засновані на так званому здоровому глузді і уявленнях класичної фізики

Хоча нові концепції і затверджувалися, перш за все, технологічно, як інструмент, у фізиці, однак, на наш погляд, на сьогодні не в повній мірі